**Теоретичні відомості**

Упорядкована пара предметів– це сукупність, що складається із двох предметів, розташованих у деякому певному порядку. При цьому впорядкована пара має наступні властивості:

а) для будь-яких двох предметів x і y існує об'єкт, який можна позначити як {x, y}, названий упорядкованою парою;

б) якщо {x, y} і {u,v} – упорядковані пари, то{ x, y} u,v} тоді і тільки тоді, коли x u, y v .

При цьому x будемо називати першою координатою, а y – другою координатою впорядкованої пари {x, y}.

Бінарним (або двомісним) відношенням R називається підмножина впорядкованих пар, тобто множина, кожен елемент якої є впорядкована пара.

Якщо R є деяким відношенням, це записують як {x, y}R або xRy.

Один з типів відношень − це множина всіх таких пар {x, y} , що x є елементом деякої фіксованої множини X , а − елементом деякої фіксованої множини Y . Таке відношення називається прямим або декартовим добутком.

Декартовим добуткомX Y множин X і Y є множина x, y}│ xX, yY. При цьому множина X називається областю визначення відношення R , а Y – його областю значень: DRx│x, yR; ERy│x, yR

Бінарнимвідношенням R називається підмножина пар {x, y} R прямого добутку X Y , тобто R X Y . У силу визначення бінарних відношень, як спосіб їх задаванняможуть бути використані будь-які способи задавання множин. Відношення, визначені на скінченних множинах, звичайно задаються:

1. Списком (перерахуванням) упорядкованих пар, для яких це відношення виконується.

2. Матрицею – бінарному відношенню R X X, де X =x1;x2;…;xnвідповідає квадратна матриця порядку n , кожен елемент aij якої дорівнює 1, якщо між xi й xj є відношення R , і 0 у протилежному випадку.

**Властивості бінарних відношень**

1. Відношення R на AA називається рефлексивним, якщо має місце {a,a}R для кожного aA. Головна діагональ матриці такого відношення містить тільки одиниці.

2. Відношення R на AA називається антирефлексивним, якщо для жодного aAне виконується {a,a}R , тобто із {a,b}R слідує, щоб a b . Головна діагональ матриці такого відношення містить тільки нулі.

3. Відношення R на AA називається симетричним, якщо для всіх {a,b}R з умови {a,b}R потрібно, щоб {b,a}R . Матриця симетричного відношення симетрична щодо головної діагоналі, тобто cijcjiдля всіх i і j .

4. Відношення R на AA називається антисиметричним, якщо для всіх {a,b}R , з умов {a,b}R і {b,a}R потрібно, щоб a b , тобто для жодних елементів a і b, що розрізняються a b, не виконуються одночасно відношення {a,b}R і {b,a}R . У матриці антисиметричного відношення відсутні одиниці, симетричні щодо головної діагоналі.

5. Відношення R на AA називається транзитивним, якщо для будь-яких a,b,c з умов {a,b}R і {b,c}R випливає {a,c}R. У матриці такого відношення повинна виконуватися наступна умова: якщо в і-тому рядку і в j-тому стовпці стоїть одиниця, тобто cij1, то всім одиницям в j-тому рядку і k-тому стовпці cjk1повинні відповідати одиниці в i - ому рядку і у тих же k-тих стовпцях, тобто cik1 (і, можливо, в інших стовпцях).

6. Бінарне відношення називається еквівалентним, якщо воно рефлексивне, симетричне і транзитивне.

**Операції над відношеннями**

Оскільки відношення на множині A задаються підмножинами R AB , то для них визначні ті ж операції, що й над множинами, а саме:

1. **Об'єднання**: R1∪R2={ {a,b}│{ a,b}∈R1 або {a,b}∈R2 }.

2. **Перетин**: R1∩R2={ {a,b}│{ a,b}∈R1 і {a,b}∈R2 }.

3. **Різниця**: R1R2a,b}│{ a,b}R1і {a,b}R2} .

4. **Доповнення**: RU R, де U AB.

Крім того, необхідно визначити інші операції над бінарними відношеннями.

5. **Обернене відношення** R1 .

Якщо {a,b} R – відношення, то відношення R1 називається оберненим відношенням до даного відношення R тоді й тільки тоді, коли R1b,a}│{ a,b} R.

Нехай R AB – відношення на AB , а S BC – відношення на BC. Композицієювідношень R і S називається відношення T AC , таке, що T = {{a,c}│існує такий елемент b з B, що {a,b} ∈R і {b,c} ∈S}. Ця множина позначається T S R .